

Trenneffekt im Gaswirbel

Von J. STRNAD, V. DIMIC und I. KUŠČER

Physikalisches Institut der Universität Ljubljana, Jugoslawien
(Z. Naturforschg. **16 a**, 442–443 [1961]; eingeg. am 20. November 1960)

Der Effekt der Druckdiffusion kann auf verschiedene Weisen für die Trennung von Gasgemischen ausgenützt werden. Außer der Gaszentrifuge seien die BECKERSCHEN Trenndüsen¹ und der Versuch von NÖLLER und MÜRTZ² erwähnt. Bei diesem Versuch wird das Gas zu einer schraubenförmigen Bewegung gezwungen und dann der Gasstrom durch ein Auffangrohr in zwei Teile gespalten.

Um einige Anhaltspunkte über den Trennvorgang in einer schraubenartig strömenden Gasmischung zu gewinnen, wollen wir das Verhalten einer solchen Strömung in einem Rohr betrachten. Damit die Strömung hydrodynamisch und laminar bleibt, muß der Druck im Rohr in gewissen Schranken gehalten werden, und zwar muß man die KNUDSENSCHE und die REYNOLDSSCHE Zahl folgendermaßen begrenzen^{1, 3}

$$Kn = L/2a < 0,1, \quad Re = a u_0 / v < 110 \quad (\text{s. Anm. } 4). \quad (1)$$

Hierbei ist L ein Mittelwert der mittleren freien Weglänge, v der entsprechende Mittelwert der kinematischen Zähigkeit, $2a$ der Rohrdurchmesser und u_0 der Maximalwert der Umlaufgeschwindigkeit (d. i. der tangentialen Geschwindigkeitskomponente). Mit Hilfe bekannter gaskinetischer Formeln⁵ können die Bedingungen (1) in

$$0,006 Ma < Kn < 0,1 \quad (2)$$

zusammengefaßt werden. $Ma = u_0 (M/\gamma R T)^{1/2}$ ist die zu u_0 gehörige MACHSche Zahl, γ der Adiabatenexponent, T die Temperatur und M das mittlere Molekulargewicht des Gasgemisches.

Das Gasgemisch bestehe aus zwei Komponenten mit den Molekulargewichten M_1 und $M_2 = M_1 + \Delta M$. Der Molenbruch der schwereren Komponente sei n , so daß $M = M_1 + n \Delta M$ ist. Das Verhältnis der Molenbrüche ist $x = n/(1-n)$.

Um die Optimalwerte der Parameter abzuschätzen, benötigen wir einige Annahmen über das Geschwindigkeitsprofil des Gasstromes. Die Umlaufgeschwindigkeit ist eine Funktion der Radialkoordinate r und der Entfernung z von der Eintrittsstelle: $u = u(r, z)$. Da die Rotation des Gases wie bei einer zähen Flüssigkeit abgebremst wird⁶, ist ungefähr

$$\begin{aligned} u(r, z) &= u(r, 0) \exp(-z/v \tau), \\ u(r, 0) &= u_0 J_1(j_1 r/a) / (J_1)_{\max}. \end{aligned} \quad (3)$$

Hierbei ist $\tau = a^2/v j_1^2$ die Relaxationszeit für die Ab-

¹ E. W. BECKER et al., Z. Naturforschg. **12 a**, 609 [1957]. — G. NARDELLI u. A. REPANAI, Energia Nucleare **5**, 247 [1958].

² H. G. NÖLLER u. H. J. MÜRTZ, Naturwiss. **45**, 382 [1958].

³ L. PRANDTL, Strömungslehre, Vieweg, Braunschweig 1957, S. 124.

⁴ Die angegebene kritische REYNOLDSSCHE Zahl folgt aus der TAYLORSCHEN Formel³, wenn man das Geschwindigkeits-

bremsung der Rotation, v der Mittelwert der axialen Geschwindigkeitskomponente und $j_1 = 3,83$ die erste positive Nullstelle der BESSELSchen Funktion J_1 .

Vorläufig wollen wir den Faktor $\exp(-z/v \tau)$ außer acht lassen, also rechnen, als ob das Gas ständig mit dem durch $u(r, 0)$ gegebenen Geschwindigkeitsprofil rotieren würde. In diesem Falle stellt sich exponentiell mit der Relaxationszeit⁷ $\tau' = a^2/D j_1^2$ (wobei D ein Mittelwert der Diffusionskonstante ist) die folgende stationäre Verteilung ein:

$$\begin{aligned} x(r) &= x(0) \exp \left[\int_0^r (\Delta M/R T) u^2(r, 0) dr/r \right] \\ &= x(0) \exp \{ (1,48 \times Ma^2 \Delta M/M) \\ &\quad \cdot [1 - J_0^2(j_1 r/a) - J_1^2(j_1 r/a)] \}. \end{aligned} \quad (4)$$

Daraus ergibt sich im Falle kleiner relativer Massendifferenzen $\Delta M/M$ der Trennfaktor

$$A_0 = x(a)/x(0) = 1 + 1,24 \times Ma^2 \Delta M/M. \quad (5)$$

Wegen Verlangsamung der Rotation wird der errechnete Wert (5) keineswegs erreicht. Vielmehr wächst der Trennfaktor nur bis zu einem niedrigeren Maximum an, um dann wieder gegen 1 abzunehmen, und zwar zuletzt exponentiell mit der Relaxationszeit τ . Da für alle Gase $\nu \leq D \leq 1,5 \nu$ ist⁵, sind beide Relaxationszeiten beinahe gleich und man kann eine Abhängigkeit ungefähr wie

$$A(z) - 1 = (A_0 - 1) (z/v \tau) \exp(-z/v \tau) \quad (6)$$

vermuten, wenn man annimmt, daß die Trennung erst bei $z=0$ (beim Eintritt ins Rohr) beginnt. Der Maximalwert

$$A_m = 1 + 0,45 \times Ma^2 \Delta M/M \quad (7)$$

wird bei der Entfernung

$$z_m = v \tau = 0,04 \sqrt{\nu} (v/u_0) (Ma/Kn) a \quad (8)$$

vom Rohreintritt erreicht.

Infolge der Durchmischung in jeder der beiden Teilströmungen ist der am Ausgang der Apparatur erreichte Trennfaktor $A = x_2/x_1$, wobei x_2 und x_1 die Molenbruchverhältnisse in den austretenden Teilströmungen sind, etwas kleiner als A_m und hängt vom Radius a_1 des Auffangrohres ab. Der Optimalwert von a_1 ist mit der Extremalbedingung für das Trennpotential¹ festgesetzt und ergibt sich zu $a_1 = a/V8$, falls die relative Massendifferenz $\Delta M/M$ klein ist und im Rohr keine zu großen radialen Druckunterschiede herrschen. Mit diesen Voraussetzungen und mit einigen Vereinfachungen gelangt man für $z = z_m$ schließlich zum Resultat

$$A = 1 + 0,27 \times Ma^2 \Delta M/M. \quad (9)$$

profil (3) in Betracht zieht und dabei nur die äußere Schicht, wo $du/dr < 0$ ist, berücksichtigt.

⁵ E. H. KENNARD, Kinetic Theory of Gases, McGraw-Hill, New York 1938.

⁶ H. BATEMAN, Partial Differential Equations, Dover, New York 1944, S. 399.

⁷ J. STRNAD, Glasnik Mat. Fiz. Astr. (Zagreb) **14**, 295 [1959].



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht:
Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

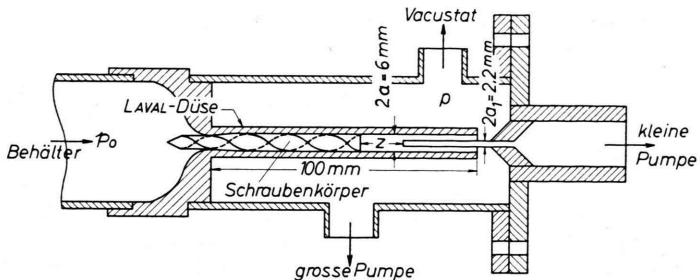


Abb. 1. Längsschnitt der Apparatur.

Um die errechnete Abhängigkeit des Trenneffektes von verschiedenen Parametern experimentell zu prüfen, wurde eine Abart der Apparatur von NÖLLER und MÜRTZ² benutzt. Das Gemisch strömt aus dem Behälter durch eine LAVAL-Düse mit eingebautem schraubenförmigen Körper (Abb. 1). Der Form dieses Körpers nach sollte man ein Geschwindigkeitsverhältnis u_0/v zwischen 0,5 und 0,7 erwarten. Die Düse mündet in ein Rohr, in dessen Ende das Auffangrohr eingesetzt ist. Der achsennahe und der äußere Teil der Strömung werden von zwei Rotationspumpen (120 l/min bzw. 840 l/min Saugleistung) abgesaugt. Durch Öffnen und Schließen eines Zuleitungsventils konnte der Druck im Rohr (p) verändert werden, unter gleichzeitiger Änderung des Druckes im Behälter (p_0).

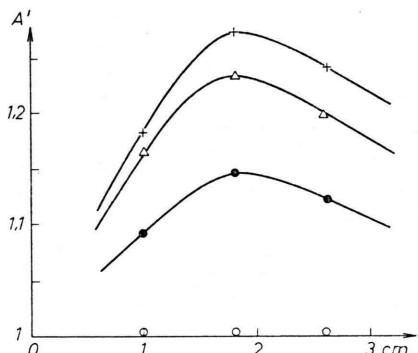
Das Gas, bestehend aus CO₂ (20 Vol.-%) und H₂, wurde vor dem Eintritt in die Apparatur sowie nach

dem Austritt aus dem Auffangrohr chemisch analysiert. Auf diese Weise wurde statt des Trennfaktors A der etwas kleinere Anreicherungsfaktor $A' = x_0/x_1$ gemessen, wobei sich x_0 auf das Gemisch im Behälter bezieht.

Die Resultate einer Serie von Messungen bei verschiedenen Drucken p und verschiedenen Entfernungen z des Auffangrohres sind in Abb. 2 dargestellt. Der maximale Anreicherungsfaktor wurde bei $z = z_m = 1,8$ cm und bei $p = 2,6$ Torr (mit $p_0 = 53$ Torr) erreicht. Gleichzeitige Durchflußmessungen zeigten, daß dabei die MACH-sche Zahl Ma die Größenordnung 1 hatte. Aus dem angegebenen Druck und der Temperatur, die wohl nicht viel unter der Zimmertemperatur lag, ergibt sich die KNUDSENSche Zahl Kn = 0,006, die an der unteren Grenze des Erlaubten (2) liegt. Bei merklichem Überschreiten dieser Grenze (bei $p = 4$ Torr, siehe Abb. 2) verschwindet der Trenneffekt gänzlich, was auf eintretende Turbulenz schließen läßt. Die gemessene optimale Entfernung z_m entspricht größenordnungsmäßig dem nach Gl. (8) zu erwartenden Wert.

Der maximal erreichte Trennfaktor $A = 1,4$ (entsprechend dem gemessenen Anreicherungsfaktor $A' = 1,28$) ist geringer als der von NÖLLER und MÜRTZ erzielte Faktor ($A = 2,5$), vor allem aber weitaus geringer als nach Gl. (4) zu erwarten wäre (etwa $\bar{A} \approx 10$). Der Unterschied kann durch Konvektion erklärt werden, die wohl durch unerwünschte Effekte in der Düse und an deren Austritt zustande kommt. Durch bessere Konstruktion könnte man solche Effekte vielleicht zum Teil vermeiden und damit sowie durch Erhöhung der Gasgeschwindigkeit den Trenneffekt verbessern.

Herrn Dipl.-Ing. L. ŠINKOVEC, Direktor des Instituts „Jožef Stefan“, schulden wir aufrichtigen Dank dafür, daß er experimentelle Hilfsmittel zur Verfügung gestellt hat.

Abb. 2. Gemessener Anreicherungsfaktor in Abhängigkeit von der Entfernung z und vom Druck p .

+ $p = 2,6$ Torr ($p_0 = 53$ Torr); \triangle $p = 2$ Torr ($p_0 = 42$ Torr);
 ● $p = 1$ Torr ($p_0 = 21$ Torr); ○ $p = 4$ Torr ($p_0 = 64$ Torr).